

## AZ INVERZIÓ PROGRAMOZOTT OKTATÁSA A TANÁRKÉPZŐ FŐISKOLÁN

Írta: GAZSÓ ISTVÁN

1. A programozott oktatás rendkívül gyorsan terebélyesedő irodalmában — gyakoriságukat tekintve — előkelő helyen szerepelnek a matematikai témák. [1] Minden szinten ajánlják a matematika programozását, az alsó fokú oktatástól kezdve az egyetemiig. A kérdést általánosságban ismertető didaktikai cikkek, könyvek is szívesen választanak matematikai példákat [2], de a már végrehajtott kísérletek beszámolóiból is úgy tűnhet, hogy az összes tantárgyak közül leginkább a matematika „hajlamos” a programozásra. Erre — úgy véljük — könnyű magyarázatot lelnünk, ha röviden áttekintjük a programozott oktatás legjellemzőbbnek tűnő vonásait, anélkül, hogy itt most egy mindenkit kielégítő definíció megfogalmazására törekednénk [3].

A programozott oktatás a *program* révén valósul meg, amelyben a tanítandó anyagot *sok apró lépésre* (step) bontják, ezek olyan szorosan épülnek egymásra, mint a falban a téglasorok. Ezáltal lehetséges, hogy a tanuló a program segítségével önállóan tanul. A program feltételezi a *tanuló állandó aktív részvételét*, nemcsak az ismeretek megszerzésében, hanem — egyebek között — saját tudásának gyakori ellenőrzésében is. A tanulmányokban való *előrehaladás egyéni ütemű*, és csakis megértett ismeretekre támaszkodik.

Nem nehéz felismernünk, hogy ezek a jegyek megtalálhatók a hagyományos matematikatanítás gondosan szervezett és céltudatosan felépített matematika óráin is.

2. A programozott oktatás irodalmát ismertető referátumokból [19] kitűnik, hogy egyre nagyobb számban készítenek matematikai tárgyú főiskolai programokat is [4]. A feldolgozott témakörök között szerepel pl. a vektoralgebra, az ábrázoló geometria, a trigonometria, a differenciálszámítás, stb. Konkrét példát azonban még sem a hazai, sem a külföldi irodalomból nem láttunk arra, milyen egy felsőoktatási célra készült, matematikai témával foglalkozó programozott tankönyv vagy jegyzet. Erre vonatkozólag csak leírásokat, utalásokat, célzásokat szedhettünk össze a cikkekből, illetve tanácsokat ahhoz, hogy általában hogyan lehet ilyen programot készíteni [5].

Találkoztunk viszont olyan véleménnyel is a szakirodalomban, hogy *egy igazán jó program le sem fordítható* más nyelvre; illetve, ha lefordítják, már nem lehet épp olyan jó, ugyanolyan hatásos, mint eredetiben [6]. A program ugyanis a nemzeti nyelv sajátos felépítését is figyelembe veszi, beépíti az e nyelven beszélők gondolkodásának sajátosságait — emiatt válhat lefordíthatatlanná. Ehhez még azt is megjegyezhetjük, hogy *a program csak akkor lehet igazán jó, ha maximálisan alkalmazkodik annak a tanuló csoportnak az összetételéhez, amelynek szánták*. Tehát figyelembe veszi például a tanulók előző tanulási élményeit, céljait is, továbbá a körülményeket (hely és idő), melyek között tanulnak.

Nem várhatjuk tehát máshonnan a számunkra is minden tekintetben alkalmas programokat. Magunknak kell készítenünk ilyeneket, ki kell kísérleteznünk a programozást, ha ki akarjuk próbálni ezt az új oktatási formát. Ez nemcsak érdekes, hanem szükséges kísérlet is lesz. Természetes előkészületet jelent az oktatógépek alkalmazására. (Azokat is jórészt házilag kell majd programoznunk, reméljük, nem nagyon sokára.)

3. *A téma:* Ilyen előzmények után határoztuk el a főiskola matematikai tanzékén 1965 őszén, hogy kísérletet teszünk a programozott oktatás kipróbálására, a III. éves főiskolai hallgatók geometriai tanulmányai keretében.

A programozandó téma keresése során arra törekedtünk, hogy  
*a tananyag ne legyen nagy terjedelmű*, ekkor ugyanis teljes egészében feldolgozható aránylag rövid program keretében;

*lehetőleg teljesen új és viszonylag zárt fogalomrendszerű legyen*, így ellenőrizhetővé lesz, mennyit tanultak kizárólag a programból a hallgatók; érdeklődésük is könnyebben biztosítható, és a kísérlet nem kockáztatja a soron következő, hagyományos módszerrel feldolgozott tanyanyagok megértését.

Választásunk *az inverzióra és alkalmazásaira* esett.

Ezt a témát a tanév közepe táján szoktuk feldolgozni a geometriai gyakorlatokon. A hivatalos tankönyv igen tömören tárgyalja, mindössze 5 oldalon [7]. A téma alkalmas arra is, hogy általánosításokkal, kiegészítésekkel, speciális esetek vizsgálatával több irányba elágaztassuk. A program technikai kivitelezése szempontjából az sem közömbös, hogy e témánál nincs szükség bonyolult, apró részleteket is tartalmazó ábrákra.

4. *A program logikai alapvetése:* A téma feldolgozásánál alkalmazandó módszert keresgélve végül is arra a meggyőződésre jutottunk, hogy *az adott esetben, a program számára nem felel meg a deduktív logikai menet*, az, amely a III. éves geometriai előadásokon uralkodik, és ott szinte egyedüli lehetséges menetnek látszik.

Az elemi geometria deduktív logikai menet szerinti „majdnem szigorúan axiómatikus” tárgyalása során — mind a tankönyvben, mind az előadásokon — ez a szokásos sorrend:

definíció, jelölések; újabb definíciók, elnevezések;  
tétel, esetleg ezt előkészítő segéd-tétel, vagy segéd-tételek láncolata;  
bizonyítás;  
következmény(ek); alkalmazás, feladatok megoldása;  
újabb tételek;  
definíciók, jelölések, stb. — Ismétlődik a fenti menet.

*A programozott oktatásban az induktív jellegű, megjelenését tekintve pedig afféle felfedeztető, heurisztikus felépítésű tárgyalás látszik célszerűbbnek, vonzóbbnak.* Választott témánk esetében legalábbis kétségtelenül ezt tapasztaltuk. Eszerint a hallgató nem előre kimondott tételeket bizonyítgat a program segítségével, hanem felkutatja és miután rátalált, önállóan megfogalmazza a program révén megismert fogalmakról kimondható tételeket. Ennek érdekében ilyesféle sorrend alakul ki a logikai menetben:

definíció,  
ennek azonnali alkalmazása közvetlenül adódó egyszerű kérdések megválaszolására; feladatok megoldására;  
következmények, utalások;  
újabb, egyre nehezedő kérdések felvetése;

vizsgálódás, feladatokkal kombináltan, a speciális esetek felderítése;  
az elért eredmények összefoglalása: tétel;  
alkalmazás;  
definíció, stb. — Továbbiakban ismétlődik a fenti menet.

Az ilyen felépítés révén lehetővé válik, hogy a hallgató — miközben a programból tanul — folyamatosan ellenőrizhesse önmagát. Egyrészt azért, hogy tud-e válaszolni a lépésről lépésre nehezedő feladatok kérdéseire; másrészt azzal, hogy válaszait egybevetetheti a feladatok helyes megoldásaival, amit a program alkalmas technikával, megfelelő helyen és formában közöl.

A gyakori és rendszeres önellenőrzés, visszajelzés lényeges jegye, elengedhetetlen követelménye a programozott oktatásnak. Az ehhez kapcsolódó siker-élmény, vagy az apró kudarcok további aktivitásra lelkesítik, illetve éberebb figyelemre ösztönzik a tanulót.

5. *A program típusa:* Választott témánk apró lépésekre bontása és a hozzá kapcsolható kiegészítések, utalások elrendezésével végül is olyan programot nyertünk, amit — a didaktikai irodalomban meghonosodott kifejezéssel — *visszamatató elágazásokkal bíró lineáris programnak* nevezhetünk. Szokás még az ilyenféle programra a *vertikális formájú, gondolati válaszadásra épülő* jelzőket is alkalmazni [8].

Hasonlattal megvilágítva: programunk egy hegytetőre vezető egyetlen út, amelynek egyes pontjairól elágazások vezetnek a kisebb kilátókhoz, (ezek is figyelemre méltó tájakra tekintenek), és ahonnan vissza kell térni az eredeti útra, azon kell tovább menni felfelé. (Ezzel szemben az igazi elágazásos programok: a hegytetőre vezető többszörös utak, különböző meredekséggel, néhol esetleg közös útszakaszokkal.)

6. *A program felépítése:* Programunk 31 információ-egységet tartalmazott. Főbb pontjai a következők:

*Bevezetés.* Ebben közöltük a hallgatókkal a legszükségesebb előzetes tudnivalókat, egyrészt általában a programozott oktatásról, másrészt e konkrét programról. Ugyanitt rövid használati utasítást is adtunk a feldolgozáshoz.

*Az inverzió fogalma.* (Ezt a pontot alább közöljük.)

*Egy pont inverzének megszerkesztése.*

*A kör inverzének megszerkesztése.*

*Az inverzor.*

*Az inverzió alkalmazása szerkesztési feladatok megoldásához.*

*Válaszok a feladatok kérdéseire.*

A felsorolt pontoknál — elosztva — nem kötelező anyagként, hét elágazás egészíti ki a programozott törzsanyagot. Ezek tartalma:

- I. Két körre vonatkozó egymás utáni inverzió.
- II. Gömbre vonatkozó inverzió.
- III. Egy pont inverzének megszerkesztése csak körzövel.
- IV. Egyenes és kör merőleges metszése.
- V. Körre vonatkozó tükrözés.
- VI. Az inverzió szögtartó tulajdonsága.
- VII. Az inverzió transzformációs egyenletei.

7. Sokszorosítása előtt elolvastattuk a programot három tanárral és — előzetes kipróbálás céljából — két olyan hallgatóval is, akik még nem hallottak a benne szereplő fogalmakról és tételekről, de rendelkeztek a megértésükhöz szükséges fejlettséggel. Ez a próba néhány homályosnak tűnő megfogalmazás, illetőleg stiláris hiba kiküszöbölését tette lehetővé.

Ezután stencilre gépeltettük, majd annyi példányban sokszorosítottuk, hogy jusson belőle minden hallgatónak a III. évfolyamon.

A program 23 oldalra terjedt és 18 ábrát tartalmazott. Feldolgozását kb. 3 órára terveztük, mégpedig két geometriai gyakorlaton, azaz kétszer két óra keretében, a negyedik órát ellenőrzésre és véleménykutatásra szánva.

8. A program ismertetése helyett bemutatunk belőle egy részletet, amely — úgy véljük — eléggé jellemzi itt nem látható további részleteit is:

### *Az inverzió fogalma*

Egy nevezetes geometriai transzformációt ismerünk meg, amelynek bizonyos fajta szerkesztési feladatok megoldásánál látjuk majd hasznát.

**DEFINÍCIÓ:** Az  $O$  középpontú,  $r$  sugarú körre vonatkozó *inverzió* azt a ponttranszformációt értjük, amely a kör síkjában fekvő  $P$  ponthoz — feltéve, hogy  $P$  különbözik az  $O$  középponttól — azt a  $P'$  pontot rendeli:

amely rajta van az  $OP$  félegyenenes továbbá

amelyre az  $OP$  és  $OP'$  szakaszok szorzata egyenlő a kör sugarának négyzetével, azaz  $OP \cdot OP' = r^2$ .

*Megjegyzés:* A kör  $O$  középpontját tehát kizártuk az inverzió értelmezési tartományából. Erre azért van szükség, mert ha  $P$ -t  $O$ -ban vennénk fel, az  $OP$  szakasz hossza nulla volna; márpedig nincsen olyan  $P'$ , amelyhez tartozó  $OP'$  szakaszt nullával szorozva  $r^2$ -et kapnánk.

*Elnevezések:*

Az  $O$  középpontú  $r$  sugarú kört az inverzió *alapkörének*;

az  $O$  pontot az inverzió *pólusának*, vagy *centrumának*;

az  $r^2$  értékét az inverzió *hatványának* nevezzük.

Ha egy alakzatra alkalmazzuk az inverziót, akkor azt mondjuk, hogy az alakzatot *invertáljuk*; a nyert alakzatot az eredeti alakzat *inverz képének*, vagy röviden *inverzének* nevezzük.

Pl. a definícióban szereplő  $P'$  pont a  $P$  pont inverze.

*I. Feladatcsoport:*

Rajzoljunk egy kört. Tekintsük ezt az inverzió alapkörének és különböző pontok inverzét keresgélve — egyelőre pontos szerkesztés nélkül, a definíció alapján — válaszoljunk a következő kérdésekre:

a) Találunk-e két vagy több olyan pontot, amelyeknek ugyanaz a pont az inverze?

b) Találunk-e két vagy több olyan képpontot, melyek mindegyike ugyanannak a pontnak az inverze? Más szóval: Lehet-e egy pontnak két vagy több inverze?

c) Ha a  $P$  pont inverze  $P'$ , mi a  $P'$  pont inverze? Más szóval: Milyen transzformáció az inverzió négyzete?

d) Vannak-e az inverzió fix pontjai? Ha igen, melyek azok?

e) Hol helyezkednek el az alapkörön belül fekvő pontok inverzei? Hol a kívül fekvőké?

*Megjegyzés:* Miután minden kérdésre választolt, válaszai helyességét a 19. oldalon található megoldásokkal ellenőrizheti.

\*

Feladataink megoldásával beláthatjuk, hogy igaz az

**I. tétel:** Az inverzió a síkot egyértelműen képezi le önmagára, kivéve az inverzió pólusát, amelynek nincs inverze. Az alapkörön kívül fekvő pontok inverzei az alapkörön belül vannak és viszont. Az inverziót kétszer egymásután alkalmazva identikus leképezést nyerünk. Az alapkör minden kerületi pontja fix pontja az inverziónak, egyéb fix pontja nincsen.

**II. Elágazás:**

Vegyük fel két különböző  $k_1$  és  $k_2$  kört. Vizsgáljuk meg néhány pontra vonatkozólag, hogy:

a) Identikus transzformáció jön-e létre, ha előbb a  $k_1$ -re vonatkozó inverziót tekintjük; majd a pontok inverzét invertáljuk  $k_2$ -re vonatkozólag?

b) Ha nem identikus, vannak-e fix pontjai az így létrejött leképezésnek?

**II. Elágazás:**

A körre vonatkozó inverzió analógiájára definiálhatjuk a *gömbre vonatkozó inverziót* is. Fogalmazzuk meg a definícióját. Állapítsuk meg ennek a leképezésnek is az olyan tulajdonságait, amelyek a definícióból közvetlenül következnek.

9. *A program kipróbálása:* Főiskolánkon a hallgatók 18—20 körüli csoportokban vesznek részt a geometriai gyakorlatokon. A kísérleteink kezdetét megelőző héten — többek között — az Apollonius-féle feladatokkal foglalkoztak, amelyekben három adott kört érintő köröket kell szerkeszteni, de az adott körök bármelyike egyenes vagy pont is lehet. Megoldottuk a lehetséges tízféle eset felét, azt az ötöt, amelyekben az érintőkörök aránylag könnyen megszerkeszthetők. Többféle módszerrel is kerestünk megoldásukra. Azzal hagytuk félbe a kérdés tárgyalását, hogy a még nem vizsgált eseteket egységes módszerrel fogjuk megoldani, előbb azonban megismerkedünk néhány új fogalommal.

Az 1. kísérleti óra elején, miközben kiosztottuk a programot, bejelentettük: egy tanulságos didaktikai kísérletet fogunk végezni. Utasítottuk a hallgatókat, hogy olvassák el nyugodtan, megfontoltan a kapott jegyzetet és hajtsák végre a benne közölt tennivalókat. Kértük, hogy aki nem ért valamit, jelentkezze, majd halkan kérdezze meg a közelébe menő gyakorlatvezető tanártól, társait semmi esetre se zavarja. Készítsenek maguknak feljegyzéseket, mint máskor a gyakorlatokon feldolgozott tananyagról. És — lehetőleg — tanulják meg az átvett anyagot.

Kezdetől fogva élénk érdeklődést tapasztaltunk a hallgatók részéről. Csendben dolgoztak. Önállóan igyekeztek megoldani a programban kapott feladatokat és csak a saját megoldásuk rögzítése után lapoztak a közölt megoldáshoz, önmaguk ellenőrzése céljából. Hamarosan kitűnt: nem kell amiatt aggódnunk, hogy az eredmények közlése a program végén veszélyezteti az önálló munkát.

Kérdéssel jelentkező hallgató ritkán került. Ezek is inkább technikai jellegű útbaigazítást kértek, (pl. hogy szigorúan körzővel, vonalzóval kell-e végezniük minden szerkesztést, stb.). Tartalmi vonatkozású probléma alig akadt.

Az első gyakorlat végefelé, 75 perc elteltével egy-egy tiszta lapot osztottunk ki minden hallgatónak, és azon név nélküli válaszokat kértünk a következő kérdésekre:

Meddig jutott el a programban?

Rajzolja meg egy adott háromszög inverzét!

Rajzolja meg az alapkörrrel koncentrikus körbe írt szabályos hatszög inverzét!

Mit nem értett meg a programból?

Mi okozott nehézséget?

Ezután összeszedtük a programokat és csak egy hét múltán, a második gyakorlat elején osztottuk ki ismét. Ez a gyakorlat az előbbihez hasonlóan telt el. A végén azonban hagytunk elegendő időt arra is, hogy a hallgatók nyíltan, kertelés nélkül bírálják meg a programot, írják le véleményüket a rajtuk kipróbált tanulási módszerről.

10. *A kísérlet megismétlése:* Az 1966—67. tanévben megismételtük a kísérletet. Felhasználtuk az első kísérlet tanulságait, ennek alapján tovább fejlesztettük a programot. (Új bevezetést írtunk hozzá. Kijavítottunk egy ábrát stb.)

Nagyobb figyelmet fordítottunk a programozott oktatás eredményességének vizsgálatára. Ennek érdekében három *Ellenőrző lapot* terveztünk és sokszorosítottunk. A korábbi tiszta lapok helyett ezeket osztottuk ki a gyakorlatok végén. Általuk időt nyertünk, konkrétabbá lettek kérdéseink, továbbá könnyebben kezelhetővé tettük a kapott válaszok értékelését, feldolgozását is.

Az Ellenőrző lapokon nagyjából a fent ismertetett kérdések voltak, kérdőívszerű elrendezésben, minden kérdés után elegendő helyet adva a válasznak.

11. *Az eredmény:* A második geometriai gyakorlat végére, tehát a kísérlet befejezéséig, a hallgatók 75%-a dolgozta fel az egész programot, az elágazások nélkül.

A többiek vagy egyszerűen nem bírták az iramot, a számukra szokatlan munkát

és csak a 10—15. oldalig jutottak; vagy pedig indiszponáltak voltak, fejfájásra, fáradtságra, éhségre, stb. panaszkodtak. (Bizonyos nehézséggel járt az első, vagy a második alkalommal hiányzó hallgatók elbírálása is. Ezeknek kölcsönadtuk a programot, otthon pótolták mulasztásaikat.)

Az ellenőrző kérdések közül általában az a feladat okozta a legtöbb gondot a hallgatóknak, amelyben különböző helyzetű *szakaszok inverzét* kellett megrajzolniuk. Ehhez megjegyezzük, hogy szakasz inverzéről kifejezetten nincs szó a programban, hanem csak pontéről és egyeneséről. Tehát bizonyos fokú önállóság nélkülözhetetlen volt a helyes válasz megadásához; annak a felismerése, hogy az adott szakasz végpontjai által meghatározott egyenes inverzének azt a szakaszt, vagy körívét (!) kell megjelölniük, amely az adott szakasz egy belső pontjának inverzét tartalmazza.

A hibás válaszok jórésze bármilyen helyzetű szakasz inverzeként szakaszt tüntetett fel. Ez a hiba aztán végigvonult a többi kérdésre adott válaszokban is: háromszög inverzül háromszöget, szabályos hatszög inverzül ugyancsak szabályos hatszöget rajzoltak.

Gyakori volt a válasz hiánya is egyik-másik kérdésnél.

Minden kérdésre a hallgatók kb. 45%-a adott helyes választ. A kísérlet végére igen jól megtanulták az inverzió definícióját, azt saját szavaikkal is meg tudták fogalmazni. Már valamivel gyengébb eredmény mutatkozott a különböző helyzetű egyenesek és körök inverzének felsorolásában. Legtöbb hiányosságot a tételek bizonyításában találtunk, különösen kör inverze esetében.

A kísérleti órák után kölcsönadtuk a hallgatóknak a programokat, annak érdekében, hogy a legközelebbi geometriai gyakorlaton sikeres összefoglalást tarthassunk, és további terveinkben — így pl. az Apollonius-féle feladatok megoldására — felhasználhassuk a tanultakat. Az összefoglaló óra után pedig zárthelyi dolgozatot írtunk. Ennek eredménye megfelelt a várakozásainknak: tükrözte az egyes tanulmányi csoportok összetételét, a hallgatók érdeklődését, szorgalmát, képességeit; különösebb meglepetést tehát nem hozott. Az eredményt egészében megnyugatonak találtuk.

A kísérlet idejére külön kontroll-csoport beállítását nem láttuk indokoltnak, mivel elegendő alapunk volt a korábbi években, hagyományos módszerekkel elért eredmény és a mostani, a program révén nyert összehasonlítására.

Visszatekintve a kísérletre és annak eredményére, még ezt jegyezhetjük meg:

Két gyakorlatot, összesen négy órát fordítottunk olyan terjedelmű tananyagra, amit előadáson legfeljebb másfél óra alatt el lehet végezni. Ha csak ezt tekintenénk, igen sovány eredmény volna. Az előadás azonban nemcsak ajánlja, hanem meg is követeli, hogy utána a hallgatók tanulmányozzák — az előadásról készült jegyzeteiken kívül — a tankönyvet is, tanulják meg belőle a szóbanforgó témáról szóló részt, ha előbb nem, a kollokviumok előtt. — A tömör szaknyelven fogalmazott tankönyv pedig feltételezi, hogy mielőtt azt tanulmányozzák a hallgatók, meghallgatják az előadást és ott már egyszer — valamilyen szinten — megértik és többé-kevésbé megtanulják a tananyagot.

A program nem tételez fel semmit, — legfeljebb tanári segítséget, ha a továbbhaladás során valahol elakad a hallgató —, ellenben megköveteli, hogy aki tanul belőle, az lépésről lépésre fogjon fel, de tanuljon is meg mindent; addig ne menjen tovább, míg az előzményeket a *teljesítményképes tudás* szintjéig el nem sajátította. Hiszen önállóan kell feladatokat megoldania a hallgatónak a megismert fogalmak és összefüggések alkalmazására.

Ehhez pedig elegendő időre van szükség.

Ha a kísérletre fordított órákból levonjuk az ellenőrzésre és a véleménykutatásra

használt percek, aligha haladja meg a témának — átlagos felkészültségű hallgató által — hagyományos módon való feldolgozásához szükséges időtartamát, (ez utóbiba beleszámítva természetesen az otthoni tanulás óráit is).

12. *A hallgatók véleménye:* A programozott oktatás fölényét azzal is szokták jellemezni a korábbi didaktikai eljárásokkal szemben, hogy miután kipróbáltuk a programot a tanulókat reprezentáló csoportokon, az ekkor szerzett tapasztalatok alapján javíthatjuk, majd a kísérlet megismétlésével újra javíthatjuk stb., azaz: kikísérletezhető a legjobb program [17. 19]. Erre más oktatási módszer alkalmazása esetén alig van mód, gondoljunk pl. az előadásra; még egy tankönyv esetén is nagyon korlátozottan élhetünk vele.

Ezért érdemes nagy figyelemmel foglalkoznunk a kísérletben részt vett hallgatók véleményével. Nem mellékes körülmény, hogy hallgatóink pedagógusok lesznek, már didaktikát is tanultak; továbbá az sem, hogy névtelen válaszokat kértünk kérdéseinkre és nem közöltük, honnan vettük a programot, mert ezzel sem akartuk befolyásolni állásfoglalásukat, így őszintén, zavartalanul írhatták le róla spontán véleményüket.

Természetesen kritikusan kell olvasnunk a nyilatkozatokat, megfontoltan egyeztetnünk kell őket, hiszen igen gyakran ellentmondanak egymásnak, néha önmagukhoz sem következtetések, mert valóban rögtönöztek és őszinték.

Három fő csoportba sorolhatók:

48%-uk fenntartás nélkül dicséri ezt a formát, lelkesedik érte, előnyösnek tartja;

25% nehéznek találja, hátrányosnak érzi az eddigi megszokott módszerekkel szemben;

27% felemás viszonyban van vele.

Idézetek a különféle véleményekből:

*A) Helyeslők:*

Tetszik ez az oktatási forma, nem okozott nehézséget. Jól lehet haladni. Ha elfárad az ember, pihenhet, visszalapozhat...

Igaz, hogy fárasztóbb, mint az előadás, de sokkal eredményesebb, mert ezzel addig foglalkozik az ember, míg meg nem érti.

Jó ez a forma... Elősegíti az önálló gondolkodást, önállóságra nevel. Jobb, mint a szokásos gyakorlat, mert itt mindenki dolgozik, kénytelen figyelni...

Számomra jó, mert én, sajnos, magyarázat után nehezen értem meg az anyagot. Úgy tudok legeredményesebben tanulni, ha én egyedül olvasom és úgy jövök rá az összefüggésekre...

Helyes megoldás, csak még szokatlan. Jó, hogy utána ellenőrizhetem, helyes feleletet adtam-e.

A téma is érdekes. Még nem találkoztam olyan anyagrésszel, amiről előtte egy szót sem hallottam.

Modern korunkhoz illő tanulási mód.

Nagyszerűnek tartom az ilyen foglalkozást. Viszont az óra után rendkívül fáradt vagyok, mert az erős koncentráció és a feladatok gyors megértése, megoldása kimerítő.

*B) Elmarasztalók.*

Nagyon nehezen haladok, mivel a megértésben csak a saját erőmre támaszkodhatok. Jobbaknak ajánlatos ez.

A szöveg jó, de én könnyebben megértem, ha hallom előadás formájában. Gyengébbek szempontjából jobb az előadás.

Könyvből sokkal többet meg tudok tanulni ennyi idő alatt.

A rendes hallgatók oktatásánál nem sok értelmét látom, inkább a levelező hallgatóknak nyújt nagy segítséget.

Nem helyes a kísérlet. Nem tud az egész csoport együtt haladni. Nem lehet elmélyülni az anyagban, egyrészt az idő rövidsége miatt.

Nem tudok így tanulni! Túl nagy akaraterő kell hozzá. Engem zavar, hogy sokan vagyunk és rendszeren asztalnál kell ülni.

A tanár magyarázata bizonyos élmény, ami segít az otthoni tanulásban, mert nem felejttem el. Itt hiányzik.

### C) *Felemások.*

Az előadásnál részben jobb, részben rosszabb. Jobb, mert több idő van az elmélyült gondoskodásra. Rosszabb mert néhol marad homályos rész, amely az előadó magyarázatával világossá válna. Ez a tanulás hasonló a vizsgaidőszakhoz.

A kísérlet hasznos, de ez a jegyzet a tanár munkáját soha nem fogja helyettesíteni. Az oktatásnak ez a módja — szerintem — az otthoni munkát segítené elő.

Jónak tartom, mert minden hallgatót munkára serkent, nem másolható le a tábláról a kész megoldás. Hiányolom azonban a közben felvetődő gondolatok megbeszélésének lehetőségét, mivel teljesen ismeretlen anyaggal foglalkoztunk. A tanár szerepe ilyenformán elhal.

13. A hallgatók véleményét kérve ezekre a kérdésekre kerestünk választ: Használható-e a program jelenlegi formájában? Lehet-e tanulni belőle? Mik a hiányai?

Néhányan azonban — szem elől veszve a kérdés lényegét — nem úgy tekintették a programot, mint az oktatás egyik lehetséges formáját a többi között. Nem ilyen nézőpontból bírálták, hanem vagy-vagy alapon szembeállították az előadással, illetőleg a tankönyvvel. Került hallgató, aki olyan hévvel, lelkesen, elszántan tette ezt, mintha kizárólag az ő véleményétől függne, hogy a jövőben ez az új forma lesz-e az egyeduralkodó, vagy pedig maradunk az eddigi hagyományos oktatási formáknál. Nyilvánvaló, hogy nem ez volt a kérdés, nem ennek eldöntésére irányult a kísérlet.

Ezt a konkrét programot, amelyben előlről kezdtünk egy viszonylag szegényes forgalomrendszerrel bíró témát, s amelyben többnyire egyszerű és könnyen bizonyítható tételeket találunk, nem igazságos összehasonlítani általában az előadással, vagy a tankönyvvel. Erre akkor nyílna lehetőség, ha már volna egy egész tankönyvet pótló programunk. Ekkor megmutathatnánk a hallgatóknak, mekkora terjedelmű papírhegyen — vagy 1500—2000 oldalon! — kellene lépésről lépésre átrágniuk magukat — éspedig önállóan! —, hogy a geometriát programozottan megtanulják. Akkor választhatnának.

Ettől függetlenül azonban arra is alkalmasak a vélemények, hogy belőlük a geometriai előadások felépítésére, ütemezésére és a geometriai gyakorlatok vezetésére vonatkozólag is levonjunk bizonyos konzekvenciákat, (főleg a hallgatók aktivizálására való tekintettel). És ha majd több programunk lesz, akkor nyugodtabb tempójú, alaposabb előadásokat tarthatunk a nehéz és bonyolult kérdésekről, több anyagot utalhatunk önálló feldolgozásra az egyszerűbb témák, könnyebb kérdések közül.

14. *Néhány probléma:* A hallgatók nyilatkozatainak tükrében érdemes szemügyre vennünk még néhány kérdést.

a) *Az idő (tartam).* Ez volt a legtöbbször emlegetett kifogás a programmal szemben: „Jó volna, de nem elég hozzá az idő.” — Máshol: „Az elágazások feleslegek, mert nincs rájuk idő.”

Véleményünk szerint ez a nehézség abból az alapvető ellentmondásból adódott, hogy egy forradalmian új didaktikai formát a régi keretek (évfolyam, csoport, órarend, stb.) teljes megőrzésével próbáltunk meghonosítani. Holott minden igazán új didaktikai vívmány új szervezeti formákat követel magának. (Közismert Comenius mondása: Új bornak új tömlő kell!)

Egyébként az időtartamra vonatkozólag a programozott oktatás irodalma igen nagy eltéréseket tekint elfogadhatónak. Pl. [19]-ben olvashatunk ismertetést egy programozott tankönyvről, (amelynek témája egy számítógép programozása), azzal a megjegyzéssel, hogy a feldolgozásához 2—10 órára van szükség, kinek-kinek előképzettsége szerint.

Így érthetjük meg az egyik hallgató panaszát, aki bizonyára nehezen haladt a kísérlet során, mert ezt róta fel: „Gyengébbek és jobbak között hamar nagy különbség támad!” Ami különben az erénye, nem pedig hibája a programnak. Nálunk



abban mutatkozott meg, hogy a jobbak feldolgozták az elágazásokat is, amiket viszont a gyengébbeknek nyugodtan elengedhettünk, nem származik baj belőle a továbbhaladás során.

b) *Az időpont.* „Hatodik órán, éhesen nem tudok tanulni...” — „Álmos vagyok, fáradt vagyok...”

c) *A hely.* „Túl sokan voltunk a teremben ahhoz, hogy belemélyedjünk az anyagba.” — „Sokan előbbre vannak, ezt megsűgják, ilyenkor csak rohanok utánuk és nem sokat értek az egészből.” — „Minden zavaró körülményt ki kellene zárni!”

E kifogások mind jogosak. Orvoslásukra új keretek kellenek; továbbá arra is szükség lesz, hogy a hallgatók megszokják az új didaktikai formát és a megvalósítására szervezett kereteket. A mostanihoz már úgy ahogy hozzászoktak, érthető, ha zökkenőkkel jár átállni az újra.

d) *A szemléltetés.* Nem véletlen, hogy ez a kérdés is több hallgató nyilatkozatában bukkant fel, ilyen formában: „Még több ábra kellene!” — „Felesleges a sok szöveg, inkább több ábra legyen!” — „Tanári magyarázat esetén látom, mert megmutatják, mit kell nézнем.”

Ezek mind igaz megállapítások, jogos követelések a programunkkal szemben. Magunk is éreztük, hogy néhol több, máshol jobb ábrákkal használhatóbb programot adhattunk volna a hallgatók kezébe. Azonban a stencilre nehéz rajzolni, a rosszul olvasható betűk, a bizonytalan, elmosódó vonalak inkább zavarnak, ahelyett, hogy segítenének a megértésben.

Fejlettebb sokszorosítási technikával készült, néhol filmszerűen egymás után következő, (a fejlődést szinte mozgásban bemutató) ábra-sorozatokra volna szükség. Addig is, míg mindezek nem állnak rendelkezésünkre, olyan tananyagok programozásával célszerű foglalkoznunk, amelyekben az ábrák szerepe nem jelentős.

e) *Az ellenőrzés, vizsgáztatás.* Az egyik hallgató ezt írta: „Bevezethetőnek tartom az ilyen formában történő oktatást, de a vizsgarendszer módosításával együttjáróan. Mégpedig olyan formában, hogy hónaponként részvizsga formájában kelljen beszámolni a feldolgozott anyagrészekről.”

Ilyen lehetőségről előzőleg nem beszéltünk a hallgatóknak. Az így nyilatkozóknak valószínűleg csupán a rajta kipróbált módszer hatása nyomán támadt a gondolata és a javaslata, amit egyébként olyan országokban, ahol a programozott oktatás már polgárjogot nyert, pl. az USA-ban [19], meg is valósítanak. Az a)-nál említett időkülönbségek folytán előfordulhat, hogy valaki korán, másvalaki jóval később teszi le ugyanazt a vizsgát, holott együtt kezdték tanulni az anyagot. A programozott oktatás egyik célja — az oktatás serkentőbbé és hatékonyabbá tétele — éppen ezáltal valósul meg.

f) *A tanulók aktivitása.* Ismét egy hallgató véleményéből idézünk: „A programozott oktatásnak előnye az önálló gondolkodás elősegítése. Viszont szerintem aki akar és tud, az a tanár magyarázata közben és utána is képes önálló gondolkodásra; de aki nem akar, vagy nem képes, az elé hiába teszik a legjobban programozott jegyzetet, az úgylis a tanára „nyakára jár” majd, hogy magyarázza el neki az anyagot...”

Vitatkozhatnánk ezzel a véleménnyel, pl. abból a szempontból, hogy a jó program érdeklődést is kelt; rászoktat, idővel képessé is tesz az önálló gondolkodásra, stb. Ehelyett szögezzük le, hogy a program egymagában valóban nem biztosíthatja a tanulók nélkülözhetetlen aktivitását, ehhez más motívumok összehatására is szükség van. Hallgatóinknál a kísérlet folyamán nem hiányzott az aktivitás, ehhez azonban hozzájárult a rendkívüli helyzet is, az, hogy szinte reflektorfényben érezték magukat.

Kérdés, mennyi marad meg az aktivitásukból, ha a programozott oktatás is megszokottá lesz számunkra.

15. *Tanulságok, tervek*: Mindent egybevetve azt mondhatjuk: sok hasznos tapasztalatot szereztünk a geometria programozott oktatásának tanulmányozására szervezett kísérleteink révén.

a) A kísérlet legfontosabb tanulsága számunkra:

bebizonyította a mi sajátos körülményeink között, hogy a hallgatók képesek a program segítségével a geometria egyes témáit önállóan, egyéni tanulás formájában feldolgozni;

a program matematikai tárgyú szöveg önálló tanulmányozására szoktatja, illetve teszi képessé a hallgatókat,

ezzel jelentősen fejleszti önbizalmukat is.

E hatásokra nagy szükségük van hallgatóinknak. Jelenleg azért, mert sokan közülük nem tudnak egyedül tanulni, behatolni a tankönyv szövegébe, még kevésbé úrrá lenni rajta, saját szavaikkal is elmondani, amit olvastak belőle. Ennek oka: ritkán, vagy talán sosem kerültek olyan helyzetbe a matematikában, hogy elsőként, egyedül fogalmaztak volna meg bizonyos felismert összefüggéseket. Ehelyett mindig készen kapták a megfogalmazást. A jövőben pedig mint tanároknak, ha korszerűen akarnak tanítani, sokszor kell teljesen új fogalmakat, eredményeket, elméleteket önállóan megtanulniok cikkekből, könyvekből, hiszen minden tudomány és vele a technika rohamosan fejlődik.

b) Egyelőre nem tervezzük és nem is javasoljuk féléves, vagy ennél is nagyobb terjedelmű tananyag programozását. Ehelyett előbb rövid, érdekes témákon közvetlen tapasztalatokat kell gyűjtenünk a programozáshoz. Meg vagyunk győződve arról, hogy a hagyományos oktatással keverten alkalmazott programok változatossá, a jelenleginél színesebbé tehetik a hallgatók tanulmányait és nagyobb önállóságra nevelik őket. Bizunk abban is, hogy ennek hatására előbb-utóbb jobb tanulmányi eredményeket érhetünk el a mainál. Pl. a matematikai témájú szakdolgozatok bizonyára jobbakké lesznek, mivel a programokon edződött hallgatók könnyebben bele tudnak a szakirodalom felhasználásába. Ennek jeleit már az idei tanévben is észleljük.

c) A programozott oktatásra fordított idő-többletet visszanyerjük a hallgatók korábban érő, majdnem vizsgára kész ismereteivel, azáltal, hogy az így feldolgozott tananyag lényegesen kevesebb időt igényel a vizsgaidőszakban. Ezzel közelebb jut megvalósulásához a hallgatók annyira kíváncsi folyamatos tanulása is.

Bizonyos időnyerésre vezetne az is, ha egyes programozott anyagrészeket teljesen önállóan, otthon dolgoznának fel a hallgatók, ha ezekkel kapcsolatban csak konzultációkat tartana a tárgy tanára, de csak a rászorulóknak, a tanmenetében ezekre a témákra szánt órákon, illetve ezeknek csak egy részén.

d) Megfigyeléseink is alátámasztják, amit a szakirodalomban olvashatunk, hogy a tárgyát oktató tanárnak — miután már kézbe adta a programot — kényelmes szerepe van a kísérlet során, vagy általában a programozott oktatás megvalósulásakor. Nincs is feltétlenül szükség a tanár jelenlétére, elegendő volna helyette egy idősebb hallgató, pl. az erre a célra alkalmazott demonstrátor, aki a program anyagával tisztában van.

A tanárnak, illetve helyesebben a tanár-kollektívának a programok elkészítése során van sok-sok tennivalója, vagy egy készen kapott programnak az adott konkrét körülményekhez simuló átdolgozása, kikísérletezése és továbbfejlesztése folyamatában. Eközben — a szorosan vett szakmai szempontokon kívül — figyelembe kell

vennie pszichológiai, pedagógiai, technikai, gazdasági szempontokat is; mindezeket gondosan össze kell hangolnia [19], [20].

Ebből a mi konkrét viszonyainkra vonatkoztatva azt a következtetést szűrhetjük le, hogy a matematika programozott oktatása nem közömbös kérdés a főiskola többi dolgozója számára és megfordítva, más tárgyak programozott oktatása iránt érdeklődni kell a matematika oktatóinak is.

e) Miután kezdeti tapasztalataink nem elkedvetlenítőek, inkább biztatóak, tervezzük, hogy tovább folytatjuk a kísérletezést. Elkészítjük egyéb témák programjait is. Változtatásokat tervezünk a kísérletezés kereteiben, elsősorban az időpont, az időtartam és a kísérlet helyének variálásával. Nagyobb figyelmet kívánunk fordítani az elágazásokra, igyekszünk felderíteni, hogy ezen a téren miként fokozhatnánk az eredményt. Az induktív és deduktív logikai menet kevert alkalmazása is kipróbálásra érdemes változtatásnak látszik.[9]

## JEGYZETEK

- [1] FRY 1960-as felmérése szerint 70 program tantárgyi megoszlása ez volt: matematika 21; angol nyelv 12; pszichológia 9; a többi kevesebb. DÉCOTE 1962-es adatai szerint 122 program százalékos megoszlása: matematika 43,5%; természettudomány 18,9%, nyelvtan és helyesírás 17,3%, idegen nyelvek 8,1%, stb. Lásd [19]-ben a 86.
- [2] Lásd [11]-ben LUMSDAINE példáját a 15. o-n, vagy ITYELSZON változatait a 48.
- [3] Ahány szakembert kérdeztünk meg, annyiféle választ kapunk — írja P. K. KOMOSKI. — Nehéz mindenki számára elfogadható definíciót adni. Ezért ő is csupán arra vállalkozik, hogy megmagyarázza, mit jelent számára ez a fogalom. Lásd [19]-ben a 20.
- [4] Lásd [19]-ben a 238.
- [5] Lásd pl. [10] és [19].
- [6] Lásd SCHAEFER, KOMOLL és DÉCOTE véleményét. Idézi [19] a 320.
- [7] SZÁSZ GÁBOR, *Geometria*. — Jegyzet a tanárképző főiskolák részére. Tankönyvkiadó, 1964. 171—5. o.
- [8] Lásd [19]-ben a 47—52. o. és 160. o.
- [9] Már a hallgatók nyilatkozatainak — itt csak futólagos — ismertetéséből is kitűnhet, hogy kísérleteinkkel kapcsolatban igen sok és fontos pszichológiai probléma merült fel (pl. a kifáradás). Munkatársunk Vaskor András, aki az eddigi kísérletekben is aktívan részt vett, gyűjti és tanulmányozza a matematika programozott oktatásának pszichológiai problémáit a tanárképző főiskolán is.

## IRODALOM

- [10] ÁGOSTON GYÖRGY, A programozott oktatás és az oktatógép. *Köznevelés* (19. évf.) 1963/16. 494—99.
- [11] *Az oktatógép és az oktatás programozása*. — Cikkgyűjtemény *A pedagógia időszerű kérdései külföldön* sorozatban. — Ebben A. LUMSDAINE; K. ODENBACH; L. B. ITYELSZON és W. HOCHHEIMER cikkei. — Tankönyvkiadó, 1964. 63.
- [12] BERG, A. I., A programozott oktatástól remélt eredmény: tartós ismeretek, időnyereség, kevesebb bukás. — *AUDIO-VIZUÁLIS Technikai és Módszertani Közlemények*, 1967/2. 27—35.
- [13] CSER ANDOR, Dolgozók matematika-tanulásának programozása. — *Tanulmányok a neveléstudomány köréből*, Bp. Akad. K. 1965. 433—75.
- [14] FEKETE JÓZSEF, A programozott oktatás néhány kérdése. — *Pedagógiai Szemle*, (15. évf.) 1965/2. 128—140.
- [15] GYARAKI F. FRIGYES, Egy térmértani téma programozása. — *Köznevelés* (20. évf.) 1964/19. 743—6.
- [16] KELEMEN LÁSZLÓ, Gondolatok és kísérletezések az oktatás programozásával kapcsolatban. — *Tanulmányok a neveléstudomány köréből*. Bp. Akad. K. 1965. 131—99.
- [17] KNIGHT, M. A. G., Programok kipróbálása és véglegesítése. — *AUDIO-VIZUÁLIS* 1966/5. 63—5.
- [18] KÜRTI JARMILA: A programozott tanítás és tanulás pszichológiai kérdései. — *AUDIO-VIZUÁLIS* 1966/6. 57—71.
- [19] L. MESTERHÁZI-NAGY MÁRTA—VERBÓCZI GYULÁNÉ, A programozott oktatás és az oktatógépek. — *AUDIO-VIZUÁLIS* 1965/4—6. 378.

- [20] МАЕНР, М. Л.: A programozott tanulás és a pedagógus szerepe. AUDIO-VIZUÁLIS 1966/2. 48—51.
- [21] SCHOLCZ GYULA A programozott oktatás és az oktatógépek a Szovjetunió felsőfokú iskoláiban. — AUDIO-VIZUALIS 1966/3. 31—38 és 1966/4. 33—41.

## ПРОГРАММИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ ИНВЕРСИИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ

*И. Газю*

На кафедре математики института в 1965 году было запрограммировано обучение геометрической теме инверсия и её применение по материалу третьего курса. Наша программа содержит 31 единицу информации, тип линейный с показывающими назад ответвлениями. На испытание программы отведено практические занятия по геометрии двух последующих недель, всего 4 часа. После незначительной исправки программы опыт был повторён через год.

Студенты с большим интересом принимали участие в испытании программы. Результаты их были вообще удовлетворительны. Разделение их мнения: 58% безусловно одобряет применение программированного обучения в пединституте; 25% считает трудным, непривычным; 27% видит и пользу его, но перечислил и невыгоды. Многие считали малым время, или неподходящим на работу с полной интенсив, некоторые критиковали и место испытания. Выяснилось следовательно, что на обеспечение выгод программированного обучения требуется реформа старых организационных форм (курс, группа, расписание).

Самые значительные выводы опыта:

Студенты способны с помощью программирования разработать отдельные темы геометрии и это у многих ведёт к значительной экономии времени; программирование делает способным студентов на самостоятельное изучение математического текста и этим значительно развивает и их самоверию.

Пока мы не предлагаем программирование учебного материала в больших объёмах. Сначала надо набрать опытов к программированию на основе коротких, интересных тем.

## PROGRAMMIERTER UNTERRICHT DER INVERSION AN DER PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE

von I. Gazsó

Am mathematischen Lehrstuhl der Pädagogischen Hochschule wurde im Jahre 1965 ein Unterrichtsprogramm für die Bearbeitung eines geometrischen Themas — der Inversion und ihrer Anwendungen — ausgearbeitet, das im Studienplan der Hörer des III. Jahrganges vorkommt. Unser Programm, das 31 Informationseinheiten enthält, ist von linearem Typus mit zurückzeigenden Abzweigungen. Der Erprobung wurden die geometrischen Übungen zweier aufeinanderfolgenden Wochen, insgesamt 4 Stunden gewidmet. Nach einer kleineren Modifikation des Programms wurde der Versuch ein Jahr später wiederholt.

Die Hörer nahmen an der Erprobung des Programms mit regem Interesse teil. Ihre Ergebnisse waren im allgemeinen befriedigend. Ihre Meinungen teilten sich wie folgt: 48% bejahten bedingungslos die Anwendung des programmierten Unterrichts an der Hochschule; 25% fanden es schwer und ungewohnt; 27% sahen seine Vorteile, führten aber auch die Nachteile an. Mehrere hielten die Zeit für zu wenig, oder den Zeitpunkt ungeeignet für die volle Intensität beanspruchende Arbeit; einige kritisierten auch den Ort des Versuches. Es stellte sich also heraus, dass zur Sicherung der Vorteile des programmierten Unterrichts Änderungen an den alten Organisationsformen (Jahrgang, Gruppe, Stundenplan) nötig sind.

Die wichtigsten Lehren, die aus dem Versuch gezogen werden können, sind die folgenden: die Hörer sind fähig, einzelne Themen der Geometrie mit Hilfe des Programms selbständig zu verarbeiten, was bei vielen zu einem bedeutenden Zeitgewinn führt; das Programm befähigt die Hörer zu selbständigem Studium von Texten mathematischen Inhalts, wodurch ihr Selbstvertrauen wesentlich gefördert wird.

Das Programmieren eines Lehrstoffes von grösserem Umfang wird vorläufig nicht vorge schlagen; vorerst sind an kurzen, interessanten Themen unmittelbare Erfahrungen zum Programmieren zu sammeln.